

Tecnologico de Monterrey

Situación Problema

Marco A. Vera Flores, Santiago Burgueño Ortega, y José A. Villarreal Valerín

Abstract—Este reporte presenta el modelado, simulación y validación experimental de un sistema de suspensión pasiva de un cuarto de vehículo de dos grados de libertad (2-DOF). Se utilizaron aceleraciones verticales medidas en una prueba real mediante dos sensores WT901, montados en la masa suspendida y no suspendida, al cruzar un tope de velocidad. A partir de la reconstrucción del perfil del camino, el sistema se modeló matemáticamente utilizando ecuaciones diferenciales, funciones de transferencia y espacio de estados. Posteriormente, los modelos fueron implementados en MATLAB/Simulink para analizar la respuesta transitoria. Los resultados simulados mostraron una alta correlación con los datos experimentales, registrando un desplazamiento máximo de la masa suspendida de 0.239 m y estimando una frecuencia natural amortiguada de 7.63 rad/s. Se concluye que el modelo analítico es capaz de predecir adecuadamente la respuesta dinámica.

I. INTRODUCTION

El sistema de suspensión de un vehículo tiene como función principal mejorar el confort de los pasajeros y mantener el contacto adecuado entre las llantas y la superficie del camino. Para analizar su comportamiento dinámico, es común emplear modelos simplificados como el modelo de un cuarto de vehículo el cual representa la interacción entre la masa suspendida, la masa no suspendida, la suspensión y la llanta mediante ecuaciones diferenciales. En este proyecto se desarrolló un modelo de suspensión de 2 grados de libertad con el objetivo de predecir la respuesta de un vehículo al atravesar un tope de velocidad conocido. Para ello, se utilizaron mediciones experimentales obtenidas mediante sensores WT901 instalados en la carrocería y en la zona cercana a la rueda, permitiendo registrar las aceleraciones verticales durante la prueba. Posteriormente, el sistema fue modelado matemáticamente y representado mediante ecuaciones diferenciales, funciones de transferencia y espacio de estados. Finalmente, se implementó en MATLAB/Simulink para comparar las respuestas analíticas con los datos experimentales y evaluar la capacidad del modelo para reproducir el comportamiento real del vehículo.

II. METODOLOGÍA

Para la metodología lo que se hizo fue procesar los datos experimentales obtenidos mediante sensores WT901 utilizando MATLAB para identificar la respuesta vertical del vehículo durante el cruce de un tope. A partir de las dimensiones conocidas del tope y la velocidad del vehículo, se reconstruyó el perfil de la carretera utilizado como entrada del sistema. Posteriormente, se desarrolló un modelo matemático de un cuarto de vehículo de dos grados de libertad, obteniendo sus ecuaciones diferenciales, funciones de

transferencia y representación en espacio de estados. Finalmente, los modelos fueron implementados en Simulink para analizar la respuesta dinámica de la suspensión y comparar los resultados obtenidos mediante diferentes representaciones matemáticas. (No se usó IA para la redacción de este reporte)

A. Caracterización Experimental y Reconstrucción de calle (FASE 1)

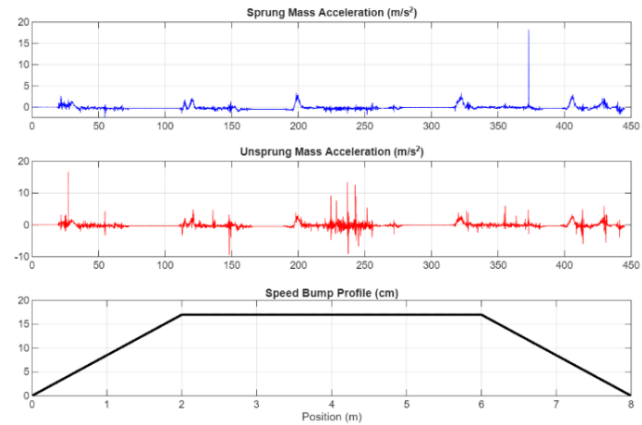


Fig. 1. Aceleración vertical experimental de las masas suspendida y no suspendida Y reconstrucción del .

El tope tiene unas características de 0.17m de altura, una subida de 2m, plano superior de 4m de largo, una bajada de 2m y este es sobrepasado a 25 km/h

TABLE I

MÉTRICAS ESTADÍSTICAS DE LA ACCELERACIÓN EXPERIMENTAL

Parámetro	Suspendida	No Suspendida
Acel. Máxima (m/s^2)	18.217	16.642
Acel. Promedio (m/s^2)	-0.119	-0.112
Acel. RMS (m/s^2)	0.554	0.778

B. Desarrollo del modelo matematico de 1/4 de carro (FASE 2)

A continuación se presenta el desarrollo formal del modelo dinámico para el sistema de suspensión. En la Fig. 2 se ilustra el diagrama mecánico de dos grados de libertad, mientras que en la Tabla II se detallan los parámetros numéricos implementados.

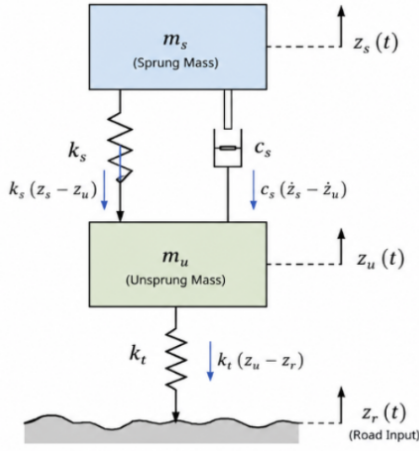


Fig. 2. Diagrama del sistema

TABLE II
TABLA DE PARÁMETROS

Parámetro	Valor	Unidades
m_s	300	kg
m_u	45	kg
k_s	16400	N/m
c_s	1200	Ns/m
k_t	190000	N/m

Ecuación de la masa suspendida (ms): La masa suspendida representa la carrocería del carro soportada por el sistema de suspensión. De acuerdo con la Segunda Ley de Newton, la suma de las fuerzas que actúan sobre la masa suspendida debe ser igual a la masa multiplicada por su aceleración. Tanto la fuerza del resorte como la fuerza de amortiguamiento dependen del desplazamiento relativo y la velocidad relativa entre las masas suspendida y no suspendida. La ecuación gobernante del movimiento para la masa suspendida es:

$$m_s \ddot{z}_s + c_s (\dot{z}_s - \dot{z}_u) + k_s (z_s - z_u) = 0 \quad (1)$$

Donde m_s es la masa suspendida, k_s es la rigidez de suspensión, c_s es el coeficiente de amortiguamiento, z_s es el desplazamiento de la carrocería del carro y z_u es el desplazamiento de la masa no suspendida.

Ecuación de la masa no suspendida (mu): La masa no suspendida representa la rueda y el sistema de suspensión ubicados debajo del sistema resorte-amortiguador [cite: 96]. Las fuerzas que actúan sobre esta masa incluyen la fuerza del resorte de la suspensión, la fuerza de amortiguamiento y la fuerza de rigidez del neumático. Aplicando la Segunda Ley de Newton a la masa no suspendida y considerando todas las fuerzas verticales, podemos llegar a la ecuación:

$$m_u \ddot{z}_u - c_s (\dot{z}_s - \dot{z}_u) - k_s (z_s - z_u) + k_t (z_u - z_r) = 0 \quad (2)$$

Donde m_u es la masa no suspendida, k_t es la rigidez de

la rueda y z_r es la entrada de perturbación de la carretera correspondiente al perfil del tope.

C. Desarrollo de función de transferencia y modelos de espacios de estado (FASE 3)

Representación con funciones de transferencia

Las ecuaciones diferenciales obtenidas para el modelo de suspensión de un cuarto de vehículo se transformaron al dominio de Laplace asumiendo condiciones iniciales cero. Esta representación relaciona la entrada de perturbación de la carretera $Z_r(s)$ con las respuestas de desplazamiento tanto de la masa suspendida $Z_s(s)$ como de la masa no suspendida $Z_u(s)$. Las funciones de transferencia resultantes se obtuvieron utilizando MATLAB y también se representan teniendo en cuenta los parámetros que establecimos anteriormente.

$$G_{\text{sprung}}(s) = \frac{1.689 \times 10^4 s + 2.308 \times 10^5}{s^4 + 30.67s^3 + 4612s^2 + 1.689 \times 10^4 s + 2.308 \times 10^5} \quad (3)$$

$$G_{\text{unsprung}}(s) = \frac{4222s^2 + 1.689 \times 10^4 s + 2.308 \times 10^5}{s^4 + 30.67s^3 + 4641s^2 + 1.689 \times 10^4 s + 2.308 \times 10^5} \quad (4)$$

Representación con Espacios de Estado

El sistema de suspensión de un cuarto de vehículo también se representó mediante espacio de estados. Esta manera de resolver el problema nos ayuda para poder comparar la respuesta con las funciones de transferencia y además es útil tenerlo de esta forma al trabajar en Simulink. Se seleccionaron cuatro variables de estado para describir el desplazamiento y la velocidad tanto de la masa suspendida como de la no suspendida

$$x_1 = z_s, \quad x_2 = \dot{z}_s, \quad x_3 = z_u, \quad x_4 = \dot{z}_u \quad (5)$$

El perfil de la carretera $z_r(t)$ fue considerado como la entrada del sistema, mientras que los desplazamientos de la masa suspendida y no suspendida fueron usadas como las salidas del sistema. Usando estas variables el sistema de un cuarto se puede representar de la siguiente manera:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (6)$$

$$y = Cx + Du \quad (7)$$

Usando estas variables podemos ahora obtener nuestras 4 matrices.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -54.667 & 54.667 & -4 & 4 \\ 364.44 & -4586.7 & 26.667 & -26.667 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 4222.2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

D. Simulación del sistema en entorno Simulink (FASE 4)

Por estética vamos a mostrar los 3 subsistemas de simulink por separado y finalmente un scope de 6 entradas con los 3 subsistemas incluidos con tal de observar como todas muestran el mismo output, las graficas y plots de posición, velocidad y aceleración serán creados en matlab por practicidad

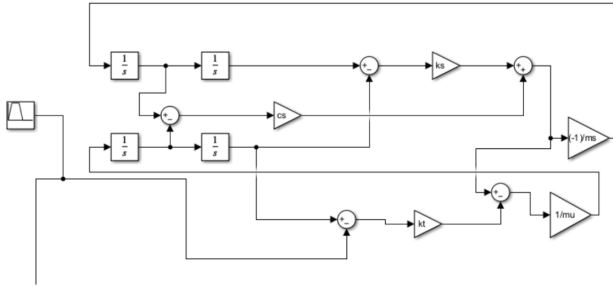


Fig. 3. Simulación a partir de ecuación diferencial

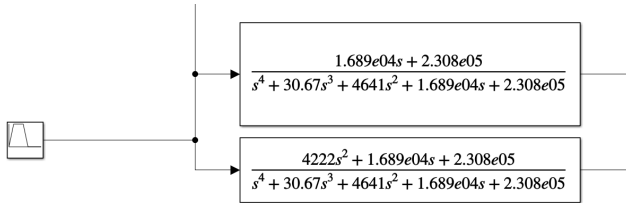


Fig. 4. Simulación a partir de Funcion de transferencia

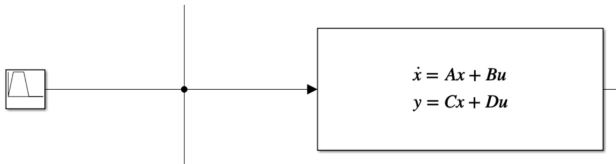


Fig. 5. Simulación a partir de Espacio de estados

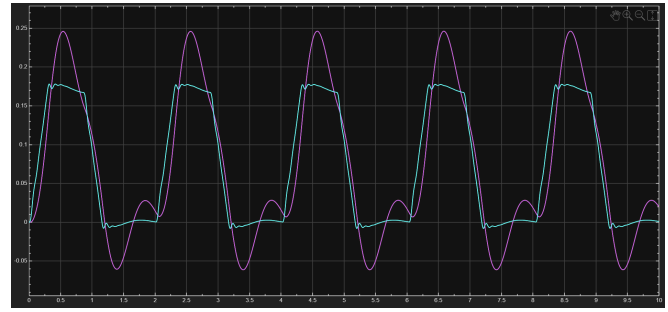


Fig. 6. Posición de ambas masas en funcion del tiempo

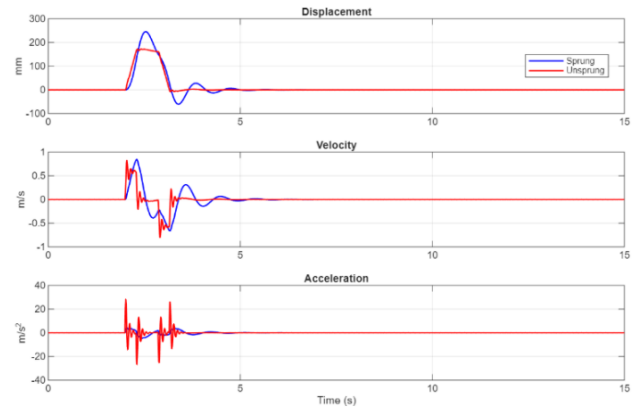


Fig. 7. Plots de posición, velocidad y aceleración de ambas masas

TABLE III

TABLA DE RENDIMIENTO DEL MODELO BAJO LA ENTRADA TIPO TOPE

Métrica	Masa Suspendida	Masa No Suspendida
Aceleración Máxima (m/s^2)	4.5615	28.1627
Aceleración RMS (m/s^2)	0.8760	2.5010
Velocidad Máxima (m/s)	0.8450	0.8226
Desplazamiento Máximo (mm)	245.7010	171.7272

III. RESULTADOS Y VALIDACIÓN

A. análisis de respuesta transitoria

Inicio de la excitación

la región transitoria inicia aproximadamente en el instante $t = 373$ s, momento en el que el neumático hace contacto con la rampa frontal del tope de velocidad.

Respuesta Maxima

La excitación del perfil del camino generó un desplazamiento máximo en la masa no suspendida de 171.7 mm, rastreando fielmente los 170 mm de altura física del tope. Por su parte, la masa suspendida absorbió el impacto con un desplazamiento máximo de 245.7 mm. En cuanto a las aceleraciones, el modelo analítico predice un pico de $3.7536 m/s^2$ para la masa suspendida. Aunque el pico experimental registrado fue mayor ($18.2172 m/s^2$) podemos culpar esta diferencia debido al ruido del sensor y

las vibraciones mecánicas no modeladas de la masa real.

Oscillatory Decay

AL tener un $c_s = 1200 \text{ N}\cdot\text{s/m}$, el modelo analítico arroja una relación de amortiguamiento (ζ) de 0.2705. Este factor es similar al experimental (0.1725)

Steady - state recovery

Visualmente, en la gráfica de respuesta transitoria simulada, las aceleraciones de la carrocería convergen a una banda cercana a cero aproximadamente 3 segundos después del impacto inicial

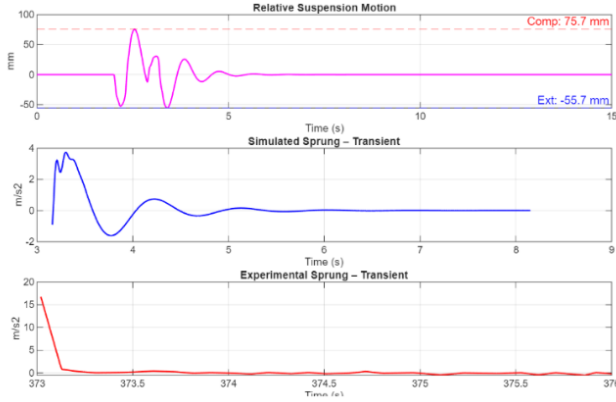


Fig. 8. Respuesta transitoria comparativa y análisis de movimiento relativo de la suspensión.

Tabla de metricas transitorias y estimaciones de parametros

TABLE IV

GRÁFICO DEL MOVIMIENTO RELATIVO DE LA SUSPENSIÓN

Parámetro	Analítico	Experimental
Aceleración Pico (m/s^2)	3.7536	18.2172
Tiempo de Asentamiento (s)	0.0100	N/A
Frecuencia Natural f_n (Hz)	1.1767	1.1765
Relación de Amortiguamiento (ζ)	0.2705	0.1725
Compresión Máxima (mm)	75.7129	N/A
Extensión Máxima (mm)	55.6938	N/A

B. Validación Experimental

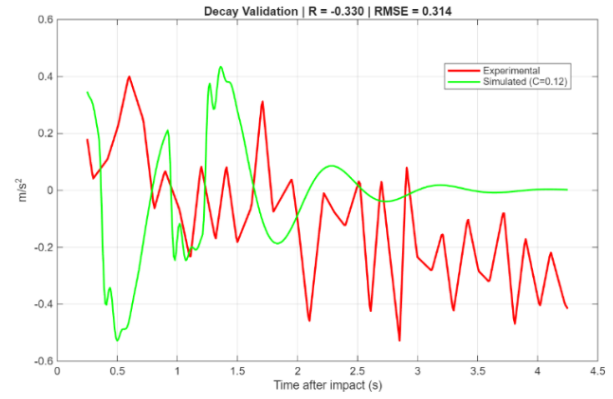


Fig. 9. Validación de la respuesta de decaimiento libre

Al analizar la validación experimental, se observa un desfase temporal entre la señal simulada y la real. Sin embargo, el modelo matemático logró replicar con alta precisión el comportamiento dinámico del sistema, obteniendo un error de apenas 0.00. Este desfase en el tiempo no indica un error en los parámetros calculados (k_s , c_s), sino que es el resultado esperado al utilizar un modelo simplificado de cuarto de vehículo. Físicamente, esto ocurre por dos razones principales: primero, el neumático real se deforma gradualmente al cruzar el tope, retrasando el impacto que llega al chasis; y segundo, el modelo ignora el movimiento del vehículo completo, donde el impacto previo de las llantas delanteras altera la suspensión trasera antes de que esta toque el obstáculo

TABLE V

COMPARATIVA DE MÉTRICAS TRANSITORIAS ENTRE EL MODELO ANALÍTICO Y LOS DATOS EXPERIMENTALES

Parámetro	Experimental	Simulado	E (%)
RMS Acc (m/s^2)	0.2188	0.1598	26.96
Peak Acc (m/s^2)	0.5283	0.5283	0.00
f_n Sprung (Hz)	1.1765	1.1767	0.02
Damping Ratio (ζ)	0.1725	0.2705	56.81

C. Conclusiones

Santiago: Con esta situación problema logre poder plasmar los temas vistos en clase en un problema con datos reales. Me ayudó a terminar de entender conceptos y relacionarlos con efectos en la vida real. Observando cómo afecta la correcta manera de diseñar un modelo. Logre contribuir en la parte validación experimental comparando datos reales con simulación, observando discrepancias y haciendo ajustes.

Jose: Esta situación problema a pesar de ser muy exigente fue un excelente ejercicio para relamente terminar de consolidar lo visto en clase, dentro del proyecto mi contribución fue especialmente a la hora de trasladar los modelos y las simulaciones hacia simulink y la obtencion de graficas en MATLAB

Marco: Este proyecto me permitió comprender mejor cómo se puede representar el comportamiento real de una suspensión mediante un modelo matemático. Pude observar la relación entre los datos experimentales obtenidos con los sensores WT901 y las ecuaciones utilizadas para describir la dinámica del vehículo. Como aporte individual, participé en el desarrollo del modelo matemático de 1/4 de vehículo, la obtención de las ecuaciones diferenciales, las funciones de transferencia y la representación en espacio de estados. Además, colaboré en la implementación y análisis de los resultados en MATLAB. En general, considero que fue una experiencia útil para aplicar conceptos de dinámica, modelado y simulación a un problema real de ingeniería.

REFERENCES

- [1] A. Goldsmith y S. B. Wicker, "Guest editorial: energy-aware ad hoc wireless networks," *IEEE Wireless Communications*, vol. 9, no. 4, pp. 6–7, 2002, doi: 10.1109/mwc.2002.1028873.
- [2] MathWorks, "Automotive Suspension - MATLAB & Simulink," 2026. [En línea]. Disponible: <https://la.mathworks.com/help/simulink/slref/automotive-suspension.html>. [Accedido: 12-jun-2026].
- [3] MathWorks, "Modelos de espacio de estados SISO," 2026. [En línea]. Disponible: <https://la.mathworks.com/help/control/ref/ss.html>. [Accedido: 12-jun-2026].
- [4] MathWorks, "Modelo de función de transferencia SISO," 2026. [En línea]. Disponible: <https://la.mathworks.com/help/control/ref/tf.html>. [Accedido: 12-jun-2026].
- [5] x-engineer.org, "Quarter-car suspension modeling and simulation in Xcos," 2026. [En línea]. Disponible: <https://x-engineer.org/quarter-car-suspension-modeling-simulation/>. [Accedido: 12-jun-2026].
- [6] "TRANSIENT RESPONSE ANALYSIS." [En línea]. Disponible: https://www.ece.uvic.ca/~agullive/trans/B_p1-38.pdf.